



زیربرنامه Ke-High Reynolds-Main

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان:** | **مرتضی نامور** |  |
| **عدنان محمدی** |  |
| **تهیه کننده مستند:** | **مرتضی نامور، عدنان محمدی** | |
| **تاریخ تنظیم سند:** | **15 / 02 /97** | |
| **تایید کنندگان:** |  | |
| **شماره سند:** | **MC2F050F1** | |
| **زبان برنامه نویسی:** | **Fortran 90** | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **KeLam\_Main(Dim,NC,NP,NF,NF1,NF2,NFW1,NFW2,NFI1,NFI2,NFO1,NFO2,**  **NFS1,NFS2,NFF1,NFF2,IDS,X,Y,NX,NY,XC,YC,A,INW,DW,MR,NRKS,DT,Wb,WNP1,Mu,DUY,WTNP1,Mut,P,GM)** | | | |
| **Dimension** | **Type** | **Description** | **Intent** |
|  |  |  | **Input** |
|  | Integer | Maximum **Dim**ension of Arrays | Dim |
|  | Integer | **N**umber of Existing **C**ells | NC |
|  | Integer | **N**umber of Existing **P**oints | NP |
|  | Integer | **N**umber of **F**aces Constructing Computational Grid | NF |
|  | Integer | Index of 1st and last Non-Boundary **F**aces | NF1,NF2 |
|  | Integer | Index of 1st **F**aces on **W**all Boundary | NFW1,NFW2 |
|  | Integer | Index of 1st and last **F**aces on **F**ar **F**ield Boundary | NFF1,NFF2 |
|  | Integer | Index of 1st and last **F**aces on **O**utflow Boundary | NFO1,NFO2 |
|  | Integer | Index of 1st and last **F**aces on **S**ymmetry Boundary | NFS1,NFS2 |
|  | Integer | Index of 1st and last **F**aces on **I**nter **F**ace Boundary | NFI1,NFI2 |
| (1:4,1:Dim) | Integer | **I**nformation of Grid **D**ata **S**tructure | IDS |
| (1:Dim) | Real(8) | Coordinate of Points | X,Y |
| (1:Dim) | Real(8) | Normal Vectors of each Face | NX,NY |
| (1:Dim) | Real(8) | Coordinate of Element’s Center | Xc,Yc |
| (1:Dim) | Real(8) | **A**rea of cells | A |
| (1:Dim) | Integer | Index of Nearest Wall | INW |
| (1:Dim) | Real(8) | Distance to Nearest Wall | DW |
|  | Real(8) | **M**uch Number over **R**eynolds Number of **inf**inite Flow | MR |
|  | Integer | **N**umber of **R**unge **K**utta **S**tages | NRKS |
| (1:Dim) | Real(8) | Explicit Time Step | DT |
| (1:5,1:Dim) | Real(8) | Conservative Values and Pressure at **B**oundary Faces | WB |
| (1:4,1:Dim) | Real(8) | Conservative Values at (N+1)th Time Step | WNP1 |
| (1:Dim) | Real(8) | Molecular Viscosity of each Cell | Mu |
| (1:Dim) | Real(8) | **P**ressure | P |
|  | Real(8) | **G**ama Constant (Specific Heat Ratio) | GM |
|  |  |  | **Output** |
| (1:Dim) | Real(8) | Turbulence Viscosity (Eddy Viscosity) | Mut |
| (1:2,1:Dim) | Real(8) | Turbulence Variables | WTNP1 |

* 1. وظایف

این زیربرنامه، زیربرنامه اصلی مدل آشفتگی  می­باشد که سایر زیربرنامه­ها در آن فراخوانده می­شوند و درنهایت نیز، لزجت گردابه­ای و بخش نوسانی سرعت یعنی  محاسبه می­گردد.

* 1. توضیحات و تئوری­ها

مدل آشفتگی  معروف­ترین و پرکاربردترین مدل آشفتگی می­باشد و تاکنون نیز نسخه­های متعدد و متنوعی از این مدل آشفتگی ارائه شده است[1]. مدل­های آشفتگی  برای طیف وسیعی از مسائل مهندسی، نتایج قابل قبولی ارائه می­دهند و برای شبیه­سازی جریان­های آیرودینامیکی نیز مدل مناسبی می­باشند. در تمامی مدل­های  دو معادله دیفرانسیل جداگانه به ترتیب برای انرژی جنبشی آشفتگی[[1]](#footnote-1)  و نرخ اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی[[2]](#footnote-2)  نوشته می­شود. این دو متغیر به صورت زیر تعریف می­شوند[2]:

1. 

با استفاده از این تعاریف، می­توان معادله دیفرانسیل دقیق حاکم بر  و  را به دست آورد. اما این معادلات دقیق، حاوی ترم­های ناشناخته و غیرقابل اندازه­گیری فراوانی هستند که استفاده از آنها را در عمل و در مسائل مهندسی غیرممکن می­کند. اما در سال 1974، لاندر[[3]](#footnote-3) و اسپالدینگ[[4]](#footnote-4) براساس فیزیک آشفتگی، موفق شدند با معادلات دقیق حاکم بر  و ، شکل کاربردی مدل  را ارئه دهند که توانایی شبیه­سازی طیف وسیعی از جریان­های آشفته را دارا بود[3]. مدل ارائه شده توسط لاندر و اسپالدینگ بعدها به مدل  معروف شد. به صورت خلاصه می توان مزایای کلی مدل­های  را به صورت زیر بیان نمود [2]:

از این مدل می توان برای تعیین کیفی پروفیل کمیت های مختلف،ساختار کلی جریان و یا تعیین یک حدس اولیه برای استفاده در مدل های پیچیده تر،استفاده نمود.از مزایای این مدل می توان به سادگی،پایداری،همگرایی راحت،حساسیت کم آن نسبت به مشخصات جریان آزاد مثل شدت اغتشاشات،هزینه محاسباتی پایین و نتایج قابل قبول برای گستره وسیعی از جریان ها اشاره نمود.این مدل همچنین برای مدل سازی جریان های شامل احتراق،شناوری و اثرات تراکم پذیری اصطلاحاتی دارد که نتایج خوبی را در اختیار قرار می دهند.با توجه به قدمت این مدل،اطلاعات زیاد و همچنین مثال های حل شده بسیاری با این مدل(که در کاربردهای معمولی می توان از نتایج آنها برای صحت سنجی استفاده نمود)در تاریخچه بحث اغتشاشات وجود دارد

اما مدل­های  در حالت کلی دارای نقایصی نیز می­باشند که از جمله آنها می­توان به موارد زیر اشاره کرد:

دقت این مدل برای مسائل پیچیده و مطالعات دانشگاهی پایین بوده و تنها برای جریان های کاملا مغشوش نتایج خوبی ارائه می کند. استفاده از این مدل در جریان هایی که شامل جدایش لایه مرزی(خصوصا در جریان های تراکم پذیر)تغییرات شدید در متوسط نرخ کرنش هستند(مقدار k در این مناطق نزدیک نقاط سکون،به صورت غیر فیزیکی افزایش می یابد و باعث ایجاد تخمین های غلط توسط مدل می شود.جریان در مجاری یا مقطع غیر دایروی(به نحوی که جریان بازگشتی ایجاد گردد)جریان ها ی بدون مرز یا محصور نشده خاص(مانند جریان آب رودخانه ها در ورودی به دریا)جریان روی سطوح انحنا دار(مانند بسیاری از مسائل آیرودینامیک که در ان سطوح خارجی دارای انحنای زیادی می باشند و خطوط جریان دچار انحنای زیاد می شوند)جریان های غیر تعادلی(عدم تعادل بین تولید و اتلاف اغتشاشات)جریان با گرادیان فشار زیاد و یا جریان های چرخشی و دورانی توصیه نمی شود(برای جریان های دارای جدایش،از مدل و برای جریان های دارای چرخش و تغییرات شدید در متوسط نرخ کرنش،از مدل تنش رینولدزی استفاده می شود.

مدل standard k-Epsilon شروع جدایش را دیر و مقدار آن را کم تخمین می زند یکی از مهمترین نقاط ضعف مدل k-Epsilon در نحوه ی مدل کردن معادله نرخ تلفات گردابه ای است که در آنها برعکس پیش بینی نرخ پخش در جت های صفحه ای(توزیع جریان جت بر روی سطح)که بسار قابل قبول است پیش بینی نرخ پخش در مورد جت های دارای محور تقارن به شدت ضعیف است.یعنی این مدل پخش جت های داذرای محور تقارن را 15%سریع تر از جت های صفحعه ای تخمین می زند که دقیقا برعکس است ترم های چشمه در این مدل به لحاظ عددی پیچیده می باشند اغلب مدل های k-Epsilon ماهیت پخشی دارند فرض همسان بقودن در این مدل ها باعث می شود تا تنش های عمودی به درستی تخمین زده نشوند و همین موضوع باعث عدم لحاظ نمودن اثرات کرنش های غیر چرخشی و اثرات انحنای خطوط جریان می شود این مدل همچنین میزان تنش های رینولذزی رابر یکدیگر محاسبه می کند که این موضوع معمولا درست نیست سختی حل(برای حل این معادله باید فواصل زمانی به شدت کوچک شود و این موضوع حل معادله را سخت می کند البته می توان این موضوع را با حل ضمنی تا حدودی مرتفع نمود)و دقیق نبودن معادله انتقال ترم تلفات اغتشاشی(ε) و همچنین افزایش آن در نزدیکی مرزهای جامد(یا در مناطق با اعداد رینولدز پایین)از دیگر مشکلات این مدل است.در حقیقت مقدار k در نزدیک یدیواره به نحوی به سمت صفر میل می کند که شبیه سازی در نزدیک یدیواره به وسیله شبکه موجودممکن نخواهد بود و برای غلبه برآن از توابع دیواره و یا توابع میرا کننده از مشکلات این مدل به حساب می آید.برای استفاده از این مدل در نزدیکی دیواره باید از های بسار کوچک در حد1/0 استفاده نمود که این خود عیبی بزرگ است زیرا علاوه بر افزایش هزینه محاسباتی باعث همگرایی سختی این مدل در کنار دیوارهنیز می شود.استفاده از تابع دیواره نیز در حضور جدایش،خود باعث ایجاد خطا می شود.لازم به ذکر است که مشکلات به وجود آمده برای k-Epsilonدر مجاورت دیواره با شرط عدم لغزش به وجود می آید و نه دیوار لغزشی،دلیل استفاده از توابع دیواره برای این مشکل نیز این است که وجود تابع دیواره به معنای شرط لغزش بر روی دیواره است(وجود سرعت در اولین سلول محاسباتی)

برای اصلاح این نقایص تاکنون تلاش­های زیادی صورت گرفته که این تلاش­ها منجر به ظهور نسخه­های جدیدتر و کاربردی­تر از مدل  شده است. هدف هر یک از این نسخه­ها بهبود توانایی­های مدل  در پیش بینی خواص جریان آشفته بوده است. البته لازم به ذکر است که بسیاری از نسخه­های مختلف این مدل به منظور استفاده در کاربردهای خاص ایجاد شده­اند و از فرضیات خاصی استفاده می­نمایند که نمی­توان برای کاربردهای عمومی از آنها استفاده نمود.

* + 1. معادلات حاکم

این مدل یک مدل دومعادله است که از دقت و پایداری خوبی برای اهداف مدل سازی های عمومی برخوردار است و به سبب قدمت و هزینه محاسباتی پایین،یکی از پرکاربردترین مدل های اغتشاشی در مسائل هندسی است.در این مدل فرض بر آن است که جریان به شدت مغشوش بوده و اثر لزجت گردابه ای به لزجت مولکول غالب است.

معادلات Kو ε حاکم بر این روش عبارتند از :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

* + 1. تعیین ضرایب موجود در مدل استاندارد

با مقایسه پیش بینی های انجام شده توسط مدل استاندارد با نتایج به دست امده از آزمایش های تجربی انجام شده بر روی "لایه های مرزی آشفته تعادلی" و نیز با فرض" زوال آشفتگی ایزوتروپیک" و برای یک جریان همدمای فاقد انتقال جرم مقادیر تقریبی ثوابت موجود در مدل استاندارد به صورت مقادیرزیر محاسبه خواهند شد:



علی رغم این که این مقادیر برای طیف وسیعی از جریان های مهندسی قاابل استفاده هستند،اما هرچه شرایط جریان مورد نظر با فرضیات به کار گرفته شده در به دست آوردن ضرایب اختلاف داشته باشد خطای حاصل از مدل سازی و استفاده از این مدل آشفتگی بیشتر و قابل توجه تر خواهد شد اگر چه می توان ضرایب محاسبه شده را برای رسیدن به جواب هایی که با نتایج تجربی تطابق بیشتری داشته باشند تغییر داد اما بایستی توجه داشت که مدل نسبت به تغییرات هر چند ناچیز در برخی از این ضرایب (بالاخص در مقادیر بسیار حساس است همین امر می تواند منجر به کاهش شدید توانایی های عمومی این مدل در پیش بینی خواص یک جریان عمومی آشفته و بالتبع آن بروز نتایج و پیش بینی های ضعیف بالاخص در شرایطی گردد که تغییرات اندکی در هندسه ی جریان و نیز شرایط مرزی مساله ایجاد شود.

* + - 1. تعیین مقدار ثابت در مدل به کمک روش ترکیبی تحلیلی –تجربی

با استفاده از پروفیل سرعت لگاریتمی ارائه شده برای ناحیه ی لگاریتمی از یک جریان آشفته ،می توان به راحتی نشان داد که:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با فرض ثابت بودن تنش در داخل ناحیه ی لگاریتمی(که البته از لحاظ فیزیکی فرض چندان مناسبی نیست):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

فرض تعادل موضعی که مبتی بر یکسان بودن اندازه نرخ تولید انرژی جنبشی آشفتگی بر واحد جرم با نرخ اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی بر واحد جرم در همان نقطه می باشد" یک فرض اساسی در تعیین مقدار محسوب می گردد.این فرض به صورت تساوی زیربیان می شود.:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در آن نرخ تولید انرژی جنبشی آشفتگی(بر واحد جرم)برای یک لایه مرزی( ویا جریان برشی ساده دیگر) از رابطه ی زیر به دست می آید.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این میان لازم است خاطر نشان نماییم اگر چه نرخ تولید تنش رینولدز از رابطه زیر به دست می آید:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

اما در بین "گرادیان های برشی"موجود در یک "جریان برشی ساده" تنها جمله ی دارای مرتبه ی قابل توجه نسبت به دیگر جمله ها می باشد:در بین "گرادیان های قائم" موجود نیز تنها جمله ی دارای مرتبه ی قابل توجه نسبت به دیگر جمله ها می باشد.حال با توجه به برقراری رابطه زیر برای یک لایه مرزی دوبعدی:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و همچنین با دقت در روابط‏(4)و ‏(5)می توان نشان داد که:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

از طرفی:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با استفاده ازفرض تعادل موضعی ‏(6) و نیز پس از تشکیل حاصل ضرب روابط (‏(11))\*(‏(10)) می توان چنین استننتاج نمود که:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در نتیجه مقایسه روابط‏(5).و ‏(12)میتوان نشان داد که:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در داخل لایه لگاریتمی فرض می شود که پارامتری همچون" نسبت میان اندازه تنش رینولدز به انرژی جنبشی آشفتگی"ثابت می باشد که این فرض با فرض رتنش ثابت در این ناحیه (فرض‏(5)) همخوانی دارد:

با توجه به برقراری رابطه‏(14) برای تعیین ویسکوزیته آشفته و نیز با توجه به رابطه ی ‏(13)میتوان رابطه ‏(15)را استنتاج نمود که:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

ویا به عبارتی :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با توجه به اینجا صرفا از روش های تحلیلی استفاده شد:لیکن از اینجا به بعد لازم است تا از نتایج تجربی نیز کمک بگیریم نتایج تجربی در ناحیه لگاریتمی نشان داده اند که نسبت میان تنش رینولدز به انرزی جنبشی آشفتگی در این ناحیه دارای مقدار 3/0 می باشد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با مقایسه روابط‏(15) و ‏(17) می توان اینطور نتیجه گرفت که:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

از این مقدارکه به صورت نیمه تحلیلی،نیمه تجربی به دست آمده است)در مدل استاندارد استفاده می شود.توجه داشته باشید که برای تعیین در جریان های آشفته پیچیده تر بایستی در کلیه فرضیات به کار رفته و همچنین در نتایج آزمایشگاهی به کار گرفته شده نهایی ،تجدید نظر اساسی صورت گیرد.

* + 1. توابع دیوار

توابع ديوار براي جلوگيري از نياز به سلولهاي بسيار زياد در لايه مرزي، استفاده مي‌شود. براي مثال ممكن است اولين سلول در لايه لگاريتمي قرار داشته باشد، استفاده از توابع ديوار باعث مي‌شود كه يك كاهش قابل ملاحظه در تعداد سلولها در لايه مرزي داشته باشيم. بطور ايده‌ال اين كار بدون از دست دادن قابل ملاحظه‌اي از دقت نتايج انجام مي‌شود. همچنین استفاده از توابع ديوار نه تنها باعث كاهش محاسبات در نتيجه كاهش تعداد سلولها مي‌شود بلكه باعث كاهش نسبت منظري سلولها مي‌شود(سلولها به مربع نزديكتر مي‌شوند) كه خود باعث انعطاف‌پذير شدن محاسبات مي‌شود.

يك ديدگاه ديگر راجع به توابع ديوار اين است كه آنها را به عنوان وسيله‌اي محاسباتي براي مشخص كردن  براي گره‌هاي نزديك و روي ديوار فرض كنيم. در نزديك ديواره نياز به تصحيح شدن، به دليل وجود ديوار دارد و تابع ديوار بطور تقريبي مقدار  را از قانون ديوار به ما مي‌دهد

سه نكته مهم در رابطه با توابع ديوار وجود دارد. اول از همه، شرايط مرزي فيزيكي صحيح مي‌باشد تا حل‌كننده جريان مستقل از مكان اولين گره در بالاي ديوار باشد. اگرچه اين نكته بديهي و ابتدايي به نظر مي‌آيد اما بيشتر روشها فقط برروي مقادير متغيرهاي توربولانس بر روي شرايط ناحيه مياني[[5]](#footnote-5) توافق دارند. براي مثال در يك شرايط مرزي كه در آن مشتق انرژي جنبشي وجود ندارد مي‌توان  را در لايه مرزي استفاده كرد. اما اين شرط در زير لايه لزج[[6]](#footnote-6) و در لايه لگاريتمي صادق است و در لايه مياني[[7]](#footnote-7) خيلي دور از واقعيت است.

دقت محاسبات دومين مسئله‌اي است كه بايد به آن توجه داشت. از یک طرف بايد اولين نقطه شبكه محاسباتي دور از ديوار باشد یا به عبارتی شبكه بايد درشت باشد و از طرف دیگر شبكه ريز براي نزديك ديوار لازم است، چون گراديانهاي شديد جريان و متغيرهاي توربولانس در لايه لزج وجود دارند. اما خطاي ناشي از گسسته سازي نيز قابل ملاحظه مي‌باشد. حتي اگر شرايط مرزي براي موقعيت مركز اولين سلول صحيح باشد، عدم دقت محاسبات مي‌تواند نتايج را دستخوش تغييرات غيردلخواهي كند.

آخرين نكته، كه البته بي‌اهميت هم نيست، ناحيه‌اي است كه در آن توابع ديوار قابل استفاده مي باشد. معيارهايي كه فاصله ماكزيمم اولين نقطه از ديواره را محدود مي‌كنند را مي‌توان براي بعضي از اعداد رينولدز بدست آورد. پروفيل سرعت در جريانهاي مغشوش به سه ناحيه تقسيم مي‌شود: زيرلايه لزج، لايه لگاريتمي و لايه ناقص[[8]](#footnote-8) ، موقعيت لبه بيروني لايه لگاريتمي به عدد رينولدز بستگي دارد. ضخامت لايه لگاريتمي با افزايش عدد رينولدز افزايش مي‌يابد.

* + - 1. یک نمونه تابع دیوار

معادلات توربولانسی مربوط به مدل – فقط در نواحی که عدد رینولدز توربولانسی  مقدار بالايي دارد صادق است و نمي تواند در ناحيه نزديك ديوار كه عدد رينولدز توربولانسي مقدار پایینی دارد، مورد استفاده قرار گیرد. بنابراین بهتر است در ناحیه نزدیک دیوار از توابع دیوار استفاده گردد. در تحقیق حاضر، یکی از شکل های اولیه تابع دیوار به دلیل سادگی و همچنین سهولت پیاده سازی کد کامپیوتری آن مورد بررسی قرار می گیرد. ایده اصلي این تابع دیوار این است که معادلات توربولانسی فقط در نواحي که عدد رینولدز توربولانسی بالاست ( ) حل شوند. به این منظور باید موقعیت اولین گره نزدیک دیوار به گونه ای تعیین شود که  باشد.نحوه بدست آوردن این تابع دیوار در ادامه می آید.

برای جریان مغشوش بر روی یک صحفه تخت صاف با گرادیان فشار صفر آزمایشات نشان می دهد که توزیع سرعت در ناحیه نزدیک دیوار از قانون شبه لگاریتمی تبعیت می کند.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

کهثابت ون-کارمن و E پارمتر زبري که برای دیوارهای صاف برابر 9 قرار داده می شود، مولفه سرعت مماس بر سطح،  سرعت اصطکاکی و  فاصله بی بعد شده از دیوار می باشد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

در روابط بالا نیز  تنش برشي دیوار است.رابطه ‏(19)در نواحي كه  صادق است( بسته به عدد رینولدز  می باشد) در حالی که در زیر لایه لزج که  است رابطه زیر بر پروفیل سرعت حاکم است.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین معادلات توربولانسی در اولین گره های بعد از دیوار حل نمی شوند و مقادیر توربولانسی با استفاده از مشخصات جریان اصلی و با توجه به قانون دیوار تعیین می شوند یعنی:

|  |  |
| --- | --- |
|  | و |

در این حالت باید توجه داشت که جریان اصلی در اولین گره های بعد از دیوار با استفاده از شرط عدم لغزش و اعمال تنش های برشی دیوار که با استفاده از سرعت برشی بدست می آید حل می شوند.

همانطور که اشاره شد این یکی از ساده ترین توابع دیوار می باشد توابع دیوار دو یا سه لایه ای دیگری نیز وجود دارد که بیشتر در جریانهایی که انتقال حرارت نیز مورد توجه می باشد استفاده می گردد.

* 1. بی‌بعد سازی معادلات مدل k-Epsilon استاندارد

یکی از ملاحظات عددی، بی‌بعدسازی آنها می‌باشد. بطور خلاصه بی‌بعد سازی باعث می‌شود که بخش‌های مختلف معادلات هم مرتبه شده و در نتیجه خطاهای گرد کردن کاهش پیدا کند. پارامترهای مختلفی برای بی‌بعدساری معادلات حاکم بر جریان استفاده می‌گردد. از آنجا که معادلات حاکم بصورت بی‌بعد شده در این شبیه‌سازی استفاده شده است، بنابراین نیاز می‌باشد که معادلات مدل توربولانسی نیز به حالت بی‌بعد استفاده شود. در اینجا از پارامترهای زیر جهت بی‌بعد سازی معادلات استفاده می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در پارامترهای بالا نشان دهنده سرعت صوت می‌باشد.

در روابط بالا پارامترهای دار معرف کمیت‌های بعددار و زیرنویس بیانگر کمیت‌های جریان آزاد می‌باشد. همچنین مقدار پارامتر می‌تواند هر طول دلخواهی باشد که کاربر باید آن را تعیین نماید ولی در مسائل مربوط به ایرفویل، مقدار آن را برابر طول ایرفویل در نظر می‌گیرند.

معادلات مدل k-Epsilon را در حالت بعددار می‌توان به صورت زیر نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

ابتدا به با استفاده از پارامترهای داده شده، به بی‌بعد سازی معادله‏(25) می‌پردازیم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

معادله‏(27)شکل بی‌بعد شده معادله می‌باشد.

و معادله ‏(26) در حالت بی‌بعد شده به شکل زیر در می‌آید:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

این معادله شکل بی‌بعد شده معادله می‌باشد. در معادلات بالا داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با تعریف پارامترهای زیر می‌توان معادلات (‏(25)و‏(26)) را بشکل ساده‌تری نوشت.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در نهایت معادلات (‏(28)و ‏(29)) را می‌توان بشکل زیر نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

که در این معادلات داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در آن  تانسور نرخ کرنش متوسط بی بعد می‌باشد و بصورت زیر تعریف میشود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* 1. شرایط مرزی

اعمال شرایط مرزی مناسب در مدل­های آشفتگی نقشی اساسی در شبیه­سازی صحیح و دقیق جریان­های آشفته دارد. رمزی[[9]](#footnote-9) و اسپالارت[[10]](#footnote-10) نشان داده­اند که انتخاب شرایط مرزی نادرست در مدل­های آشفتگی می­تواند منجر به نتایج غیرفیزیکی و نادرست و یا حتی ناپایداری حل­گر شود [11]. لذا اعمال شرایط مرزی، یکی از مهمترین مراحل در شبیه­سازی جریان آشفته می­باشد.

* + 1. شرط مرزی دیوار

با توجه به صفر بودن مشتق اول متغیرها بر مرز دیوار، در این قسمت مقدار این متغیرها بر روی مرز دیواره، برابر مقدار آنها در سلول مجاورشان قرار داده شده است.

* + 1. شرط مرزی ورودی

در تحقیق حاضر  و  طوری تعیین می شود که  برابر 0.01μ جریان آزاد باشد

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* + 1. شرط مرزی خروجی

در خروجی جریان­های داخلی و خارجی، معمولا مشتق اول تمامی متغیرها، عمود بر مرز برابر صفر قرار داده می شود [2].

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* 1. شرایط اولیه

اگر شرایط اولیه جریان متوسط  باشد، مقادیر توربولانسی اولیه نیز برابر صفر می باشد.ولی اگر شرایط اولیه برابر جریان آزاد باشد، باید مقادیر توربولانسی نیز بر اساس جریان آزاد قرار داده شود. در تحقیق حاضر  و  طوری تعیین می شود که  برابر 0.1μ جریان آزاد باشد .

* 1. شکل ماتریسی معادلات آشفتگی

جهت حل عددی و گسسته­سازی معادلات آشفتگی، راحت­تر است که این معادلات را به صورت ماتریسی بنویسم. به این منظور معادلات بی­بعد شده را به فرم ماتریسی زیر بازنویسی می­شوند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این رابطه  و ، بیانگر بخش­های جابجایی[[11]](#footnote-11) می­باشند،  و بیانگر بخش­های پخش­شوندگی[[12]](#footnote-12) و  ترم چشمه[[13]](#footnote-13) می­باشد. هرکدام از این بخش­ها به صورت زیر می­باشند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* 1. نحوه گسسته سازی حجم محدود معادلات

در روش حجم محدود، اولین قدم در گسسته­سازی معادلات، انتگرال­گیری از شکل بقایی معادلات بر روی یک حجم کنترل می­باشد. برای این کار معادله ‏0 را در نظر بگیرید. با انتگرال گیری از این معادله بر روی یک سلول محاسباتی خواهیم داشت [14]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در ترم (1)، مقدار  بر روی یک حجم کنترل ثابت فرض می شود در نتیجه می توان ترم (1) را به صورت زیر ساده کرد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در این رابطه  مساحت حجم کنترل می­باشد.

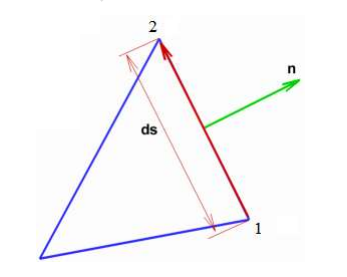
برای ترم (2) و (3)، از قضیه گوس استفاده می شود. مطابق قضیه گوس[[14]](#footnote-14)، می­توان انتگرال روی سطح را به انتگرال روی مرزها تبدیل نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در این رابطه، بردار عمود بر مرز حجم کنترل می باشد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و نیز طول قطاع­های تشکیل­دهنده مرزهای حجم کنترل می­باشد. مطابق شکل زیر:



طول قطاع و بردار عمود بر مرز حجم کنترل

بنابراین با تعریف ، می­توان ترم (2) را به صورت زیر نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این رابطه،  تعداد اضلاع تشکیل دهنده هر یک از سلول های محاسباتی می­باشد.ترم چشمه را نیز می­توان به صورت زیر ساده کرد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین درنهایت می­توان معادله ‏0 را به صورت زیر بازنویسی کرد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* 1. گسسته سازی زمانی

معادله ‏(36)را می توان به فرم یک معادله دیفرانسیل معمولی[[15]](#footnote-15) به صورت زیر بازنویسی کرد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این تحقیق، به منظور افزایش دقت و پایداری از روش صریح چند مرحله­ای رانگ-کوتای[[16]](#footnote-16) مرتبه چهار جهت گسسته­سازی زمانی استفاده شده است. البته جهت بدست آوردن حل جریان­های دائم، می­توان از گام زمانی موضعی[[17]](#footnote-17) استفاده نمود که سرعت همگرایی را تا حد زیادی بهبود می­بخشد. شکل کلی اعمال الگوریتم m مرحله­ای رانگ-کوتا به صورت زیر می­باشد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این رابطه بالانویس نشان­دهنده گام زمانی می­باشد و بالانویس نشان­دهنده مرحله رانگ-کوتا می­باشد. مقدار استاندارد ضرایب  تا  از رابطه زیر محاسبه می­گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این تحقیق از روش چهارمرحله­ای استفاده شده است.در نهایت لزجت آشفتگی در حالت بی بعد شده از معادله زیر بدست می آید:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* 1. بخش­های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. تعیین ثوابت موجود در مدل 

در این قسمت، ثوابت موجود در مدل  با توجه به بخش (1-2-2) مشخص شده است.

1. مقداردهی به آرایه­های مربوط به زمان قبل

در این قسمت، مقادیر بقایی مربوط به زمان قبل جایگذاری تا در روش رانگ کوتا از آنها استفاده گردد.

1. حل معادلات آشفتگی در حلقه مربوط به روش رانگ-کوتا

در یک حلقه به تعداد مراحل روش رانگ-کوتا معادلات  و  حل خواهند شد.

1. محاسبه ضرایب روش رانگ-کوتا

با استفاده از معادله ‏‏(47)، ضریب هرکدام از مراحل روش رانگ-کوتا محاسبه می­گردد.

1. محاسبه شرایط مرزی

در این قسمت، کلیه شرایط مرزی با فراخوانی زیربرنامه KeHighreynolds\_BC تعیین می­گردند.

1. محاسبه مشتق سرعت در مرکز سلول

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه Velocity\_CellGrad، مشتق اول مولفه­های سرعت در مرکز همه سلول­ها محاسبه می­شوند.

1. محاسبه مشتق متغیرهای آشفتگی روی اضلاع سلول­

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه KFi\_GradFace، مشتق اول متغیرهای آشفتگی  و  روی اضلاع همه سلول­ها محاسبه می­شوند.

1. صفرکردن گرادیان اضلاع مرزی متقارن

از آنجا که یکی از مواردی که باید در مرزهای تقارن رعایت شود، صفر بودن گرادیان در راستای عمود بر مرز می باشد بنابراین در اینجا باید مقدار گرادیان های اضلاع مرزی تقارن را برابر صفر قرار دهیم.

1. محاسبه بخش جابجایی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KFi\_Con، مقدار بخش جابجایی محاسبه می­شود. این بخش به صورت بالادست گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه بخش پخش­شوندگی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KFi \_Dif، مقدار بخش پخش­شوندگی محاسبه می­شود. این بخش به صورت مرکزی گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه ترم چشمه

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KeHighreynolds\_Source، ترم چشمه محاسبه می­شود.

1. محاسبه مقادیر متغیرهای آشفتگی و لزجت تمام سلول­های شبکه

در یک حلقه تکرار بر روی تمامی سلول­های شبکه، مقادیر متغیرهای آشفتگی و لزجت تمام سلول­ها محاسبه می­گردد.

1. محاسبه ضریب باقی مانده در محاسبه متغیرهای توربولانسی

این ضریب مطابق زیر بدست می آید:



1. محاسبه متغیر های توربولانسی در گام جدید :

متغیرهای توربولانسی در گام جدید عبارتند از:



1. اطمینان از مثبت بودن متغیرهای آشفتگی

در صورتی که مقدار هرکدام از متغیرهای آشفتگی منفی شد، مقدار مثبت زمان قبل جایگزین آن می­شود. به این ترتیب اطمینان حاصل می­شود که متغیرهای آشفتگی همواره مثبت هستند.

1. محاسبه متغیرهای آشفتگی

در این قسمت با توجه به مقادیر بقایی به دست آمده، مقدار  و  محاسبه می­شوندو لزجت آشفتگی با استفاده از رابطه زیر محاسبه می­شود.



1. محاسبه تنش برشی

در ابن قسمت تنش برشی و متغیرهای به روز k,  حاصله از سلول های نزدیک دیواره بافراخوانی زیر برنامه keStandarWallFu محاسبه می شود

1. به روز رسانی ومحاسبه ویسکوزیته گردابه ای برای سلول های نزدیک دیواره

در این قسمت برای تمامی سلول های دیواره مقدار ویسکوزیته گردابه ای مجددا محاسبه می شود

1. محاسبه متغیرهای آشفتگی

در این قسمت با توجه به مقادیر بقایی به دست آمده، مقدار  و  مجددا محاسبه می­شوند

1. محاسبه لزجت آشفتگی برای سلول های مرز دیوار

لزجت آشفتگی با استفاده از رابطه زیر محاسبه می­شود.



1. کنترل مقادیر ویسکوزیته

در این مرحله مقادیر ویسکوزیته توربولانسی در صورت منفی شدن مقادیرشان به مقدار ویسکوزیته توربولانسی جریان آزاد تغییر می کند.

1. *Production of Turbulent Kinetic Energy* [↑](#footnote-ref-1)
2. *Dissipation of Turbulent Kinetic Energy* [↑](#footnote-ref-2)
3. *Launder* [↑](#footnote-ref-3)
4. *Spalding* [↑](#footnote-ref-4)
5. buffer [↑](#footnote-ref-5)
6. viscous sub layer [↑](#footnote-ref-6)
7. intermediate [↑](#footnote-ref-7)
8. defect [↑](#footnote-ref-8)
9. *Ramsey* [↑](#footnote-ref-9)
10. *Spalart* [↑](#footnote-ref-10)
11. *Convective Term* [↑](#footnote-ref-11)
12. *Diffusion Term* [↑](#footnote-ref-12)
13. *Source Term* [↑](#footnote-ref-13)
14. *Guass Theorem* [↑](#footnote-ref-14)
15. *Ordinary Differential Equation* [↑](#footnote-ref-15)
16. *Multi-Stage Runge-Kutta Method* [↑](#footnote-ref-16)
17. *Local Time Step* [↑](#footnote-ref-17)